

(共 10 題，每題各佔 10%)

- 在某一學生科學展覽(計有 3 個領域：生物、化學、和物理)，共有 34 位學生獲獎，其中有的學生不只獲得一個獎，已知 14 位獲得生物獎，13 位獲得化學獎，21 位獲得物理獎，3 位同時獲得上述 3 項獎，試求(a)僅獲得一個獎的學生數？(b)僅獲得兩個獎的學生數？
- 設集合 $A = \{a, \{a\}\}$ ， $P(A)$ 是其冪集合(power set)，試決定下列敘述之真偽。(若偽，改正之)
(a) 空集合 $\phi \in P(A)$ (b) $\phi \subseteq P(A)$ (c) $\{a\} \subseteq P(A)$ (d) $\{\{\{a\}\}\} \in P(A)$ (e) $\{a, \{a\}\} \subseteq P(A)$
- 考慮由文法 (T, N, S, P) 所描述的語言 L ，其中 $T = \{a, b, c\}$ 是字端的集合， $N = \{S, A, B\}$ 是非字端的集合， S 是起始記號，以集合理論的記號描寫下列產出的集合所描述的語言 L 。
(a) $P = \{S \rightarrow aA, S \rightarrow aS, A \rightarrow ab\}$ (b) $P = \{S \rightarrow aSA, S \rightarrow aB, A \rightarrow b, B \rightarrow c\}$
- (a) 15 名籃球員將加盟三支球隊：裕隆隊、台啤隊、和達欣隊，每隊 5 名，試問有多少種不同的加盟法？
(b) 15 名球員分成三隊，每隊 5 名，試問有多少種分法？
- N 為自然數的集合， f 和 g 均為 N 到 N 的函數， $n \in N$ ， $f(n) = 2n$ ， $g(n) = \begin{cases} 0 & n \text{ 為偶數} \\ 1 & n \text{ 為奇數} \end{cases}$ ， f 和 g 的合成函數定義為 $f \circ g = f(g(n))$ ，試求合成函數 (a) $f \circ g$ (b) $g \circ f$
- (a) 設 a 和 b 為二離散數值函數，其數值分別為 $a_k = 2^k$ 和 $b_k = 3^k$ ， $k \geq 0$ ，若數值函數 c 是 a 和 b 的摺積(convolution)， $c = a * b$ ，試求數值函數 c 的生成函數 (generating function)。
(b) 已知某數值函數的生成函數為 $A(z)$ ，試求其對應的數值函數。
$$A(z) = \frac{4 + 3z - 6z^2}{1 - 2z}$$
- 求解遞迴關係式 $a_k - 3a_{k-1} = 2^k$ ，已知 $a_0 = 1$ 。
- 根據下表，用 Huffman 的演算法，(a) 建構 Huffman 碼樹，(左樹枝標為 0，右樹枝標為 1)，產生最佳的字首碼(prefix code)，(b) 總共需要多少位元？

Character	Frequency
A	4
B	7
C	12
D	17
E	20
F	28

第 1 頁共 2 頁

本試題採
雙面印刷

不要忘了有兩頁試題

9. (a) 試設計一有限狀態機(以 Transition diagram 描述之)，以 $(0, 1)$ 為輸入及輸出字母，使得輸入的字母中，出現 3 個連續 1 時，輸出字母便產生 1。舉例而言：

輸入字串： 001111010110011111010

輸出字串： 0000011000000000111000

(b) 試設計一有限狀態機(以 Transition diagram 描述之)，用以偵測(或接受)由字母 $\{a, b\}$ 組成的字串(string)中具有奇數個 a 的字串。提示：可以假設有兩個狀態 $\{E, O\}$

E : An even number of a 's was found.

O : An odd number of a 's was found.

10. (a) 求下列布林表示式的最佳簡化

$$E(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum_m (0, 1, 4, 5, 10, 11, 14, 15)$$

$$= \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 + \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 + x_1 x_2 x_3 x_4 + x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 + x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 + x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4$$

(b) 求解 y 其滿足 $196y \pmod{425} = 1$ 和 $0 < y < 425$.

(提示: $\gcd(196, 425) = 1$)