

中國文化大學 101 學年度暑假轉學招生考試

系組：機械工程學系三年級

日期節次：7 月 25 日第 1 節 09:00-10:20

科目：工程數學

U-1-3

1. 題目：微分方程式 $y' + y = 2$

問題：(1) 上述微分方程式為幾階(order)? 線性或非線性? (6)

(2) 求出該微分方程式的通解。(10)

2. 題目：二階微分方程式 $y'' + 6y' + 9y = 0$ 問題：(1) 上述微分方程式特徵方程式為 $\lambda^2 + a\lambda + b = 0$, a 及 b 各為何? (5)(2) 由(1)的解可得知該微分方程式的二個解 $y_1(x)$ 及 $y_2(x)$ 應為(A) $\cos(3x)$ 及 $\sin(3x)$, (B) e^{-3x} 及 e^{3x} , (C) e^{-3x} 及 xe^{-3x} 或(D) 以上皆非。(5)

(3) 求出該微分方程式的通解。(10)

3. 請回答下列有關向量(\vec{F} 與 \vec{G}) 的性質, 正確者答「是」, 反之答「否」。(15)(1) $\vec{F} \cdot \vec{G} = \|\vec{F}\| \|\vec{G}\| \cos(\theta)$ (\bullet 為向量內積, θ 為 \vec{F} 與 \vec{G} 的夾角),(2) 若 $\|\vec{F}\|^2 = 0$ 則 $\vec{F} = 0$,(3) $\vec{F} \times \vec{G} = \vec{G} \times \vec{F}$ (\times 為向量外積),(4) 若 $\vec{F} \cdot \vec{G} = 0$ 則 \vec{F} 與 \vec{G} 相互垂直,(5) $\|\vec{F} \times \vec{G}\| = \|\vec{F}\| \|\vec{G}\| \cos(\theta)$ 。4. 題目：二矩陣 $A = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ 與 $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ 。問題：(1) 計算 $3A - 2B$ 。(6)(2) 計算 AB 。(6)(3) 矩陣 A 及 B 何者為非奇異(nonsingular)矩陣? 說明理由? (6)(4) 求矩陣 A 及 B 的秩(rank), 即 $\text{rank}(A) = ?$, $\text{rank}(B) = ?$ (6)5. 求出給定的拉普拉斯轉換(Laplace transform) $L[3\cos t + e^{3t} + t^2]$ 。(15)6. 求出給定函數 $f(x) = |x|$ $-1 \leq x \leq 1$ 的傅立葉級數(Fourier series)。(10)